

Università degli Studi di Camerino – Laurea in Informatica  
Algoritmi e Strutture Dati  
Esercitazione dicembre 2011  
Docente: Maria Rita Di Berardini

Nome:

Cognome:

N.Matricola:

1. Definire *formalmente* le notazioni asintotiche  $O$ ,  $\Omega$  e  $\Theta$ .
2. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando sinteticamente ogni risposta fornita:
  - (a)  $\log n = O(\log \log n)$ .
  - (b)  $2^{n+1} = O(2^n)$ .
  - (c)  $3^n = \Omega(3^{2n})$ .
3. Assumendo  $T(1) = 1$ , trovate una soluzione delle seguenti ricorrenze applicando, di volta in volta, il metodo indicato:
  - (a)  $T(n) = T(n-1) + 3n$  – metodo iterativo;
  - (b)  $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \sqrt{n}$  – metodo dell'albero di ricorsione;
  - (c)  $T(n) = T(\frac{n}{2}) + T(\frac{1}{4}n) + n$  – si dimostri, applicando il metodo della sostituzione, che  $T(n) = O(n)$ .
4. Si consideri il seguente problema: data una sequenza di  $n \geq 1$  numeri interi  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ed un intero  $k$ , trovare (se esiste) il più piccolo indice  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  tale che  $k = A[i]$ .
  - (a) Scrivere in pseudocodice un algoritmo *divide et impera* in grado di risolvere questo problema e descriverne brevemente il funzionamento.
  - (b) Scrivere la ricorrenza  $T(n)$  che descrive la complessità dell'algoritmo proposto ed utilizzare il teorema del master per fornire una soluzione di  $T(n)$ .
5. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
  - (a) Pile e code rappresentano strutture dati con le stesse funzionalità
  - (b) In una coda, inserimenti e cancellazioni avvengono in coda
  - (c) In una pila, inserimenti e cancellazioni avvengono allo stesso estremo
  - (d) Tutte le precedenti affermazioni sono false
6. È possibile realizzare il tipo di dato astratto *coda* mediante una struttura i cui campi sono: (1) un array  $A$  di dimensione  $n$ , (2) un indice  $i$  che rappresenta la posizione della testa della coda, (3) un intero  $m \leq n$  che rappresenta il numero di elementi in coda. Assumete, inoltre, che l'array  $A$  venga gestito come un'array circolare. Fornire una possibile implementazione di ciascuna delle operazioni supportate dal tipo astratto coda – IS-EMPTY(), ENQUEUE(), DEQUEUE(), FIRST(). Si discuta, infine, il loro costo.

7. Quale delle seguenti funzioni utilizzeresti come funzione hash per memorizzare gli indirizzi dei tuoi amici, supponendo di utilizzare come chiave il loro numero di telefono? Quale sicuramente non soddisfa il requisito di *uniformità semplice* e perchè?
  - (a)  $h(k) = k \bmod 2$
  - (b)  $h(k) = k - 234.717$
  - (c)  $h(k) = k \bmod 511$
8. Si consideri una tabella hash di dimensione  $m = 10$  inizialmente vuota. Si mostri il contenuto della tabella dopo aver inserito la seguente sequenza di valori 34 14 24 19 16 9 17 27 7 15. Si assuma che le collisioni vengano gestite mediante indirizzamento aperto utilizzando come funzione hash  $h(k, i) = (h'(k) + 2i + i^2) \bmod m$  dove  $h'(k) = k \bmod m$ . Riuscireste ad inserire 84 come ulteriore elemento? Fornire l'elenco delle posizioni scandite durante il tentativo di inserimento di 84.
9. Si consideri il seguente max-heap  $A = \{80, 77, 67, 33, 20, 57, 42, 13\}$ . Si illustri il max-heap ottenuto dopo l'esecuzione di  $\text{HEAP-INCREASE-KEY}(A, n, 92)$  e  $\text{MAX-HEAP-INSERT}(A, 50)$ . Quale è il costo di tali operazioni?
10. Si costruisca l'albero Red-black risultante dall'inserimento, in sequenza, dei seguenti elementi 34 12 36 19 30 15 10 45 24 20 evidenziando le trasformazioni eseguite ogni volta che si verifica una violazione delle proprietà red-black.
11. Se un insieme dinamico  $S$  viene rappresentato mediante un albero Red-black come è possibile identificare l'elemento minimo e massimo in  $S$ . Quale è il costo di queste operazioni?
12. Fornire un'istanza di input che sia un esempio di caso peggiore ed una che sia un esempio di caso migliore per l'algoritmo QUICK-SORT.
13. Calcolare il tempo di esecuzione del QUICK-SORT nel caso peggiore e nel caso migliore.
14. Si consideri l'insieme di numeri  $A = \{34, 12, 36, 19, 16, 24, 17, 27, 25, 15\}$  e si illustri il comportamento della procedura di  $\text{BUBBLE-SORT}(A)$ . Quale è la complessità del BUBBLE-SORT nel caso migliore peggiore e medio?
15. Dimostrare per induzione su  $n \geq 1$  che il numero di scambi che il BUBBLE-SORT esegue per ordinare un vettore di  $n$  elementi ordinato in maniera *decrescente* è  $s(n) = \frac{n(n-1)}{2}$ .