

Esercizio 6

Si consideri il linguaggio definito dall'espressione su insiemi sotto:

$$L = \{ u^{2n+1} v^{n+1} \mid n \geq 0 \} \cup \{ u^{2n} v^{n+2} \mid n \geq 0 \}.$$

- a) Si definisca una grammatica (non ambigua e context free) che lo generi
- b) Si dia una grammatica LL(1) e la tabella per l'analisi predittiva del linguaggio
- c) Si dia una grammatica LR e la relativa tabella di analisi

Esercizio6a

$$\begin{aligned} S &::= D \mid P \\ D &::= u u D v \mid u v \\ P &::= u u P v \mid v v \end{aligned}$$

Esercizio6b

La grammatica che abbiamo dato nel punto a) non è LL(1) poiché, ad esempio, $\text{FIRST}(D) \cap \text{FIRST}(P) = \{u\} \neq \{\}$. Una grammatica equivalente per il linguaggio e che è LL(1) è la seguente:

$$\begin{aligned} S &::= uA \mid vv \\ A &::= uSv \mid v \end{aligned}$$

Si noti che, per le produzioni di S, $\text{FIRST}(uA) = \{u\} \cap \text{FIRST}(vv) = \{v\} \neq \{\}$ e lo stesso vale per le produzioni di A. Pertanto la grammatica è LL(1). La costruzione della tabella è banale ed è omessa.

Esercizio6c

Scopriamo che la stessa grammatica che abbiamo dato per l'analisi top-down è adatta anche ad un'analisi bottom-up:

| | |
|-----------|---------|
| FOLLOW(S) | {\$, v} |
| FOLLOW(A) | {\$, v} |

Gli insiemi di item LR(0):

| | |
|---|--|
| $I_0 = \text{Clos}(S' \rightarrow \cdot S)$ | $S' \rightarrow \cdot S, S \rightarrow \cdot uA, S \rightarrow \cdot vv$ |
| $I_1 = G(I_0, S)$ | $S' \rightarrow S \cdot$ |

| | |
|----------------------------|--|
| $I2 = G(I0, u) = G(I5, u)$ | $S \rightarrow u.A, A \rightarrow .uSv, A \rightarrow .v$ |
| $I3 = G(I0, v) = G(I5, v)$ | $S \rightarrow v.v$ |
| $I4 = G(I2, A)$ | $S \rightarrow uA.$ |
| $I5 = G(I2, u)$ | $A \rightarrow u.Sv, S \rightarrow .uA, S \rightarrow .vv$ |
| $I6 = G(I2, v)$ | $A \rightarrow v.$ |
| $I7 = G(I3, v)$ | $S \rightarrow vv.$ |
| $I8 = G(I5, S)$ | $A \rightarrow uS.v$ |
| $I9 = G(I8, v)$ | $A \rightarrow uSv.$ |

Come si vede non c'è possibilità di conflitto in nessuno stato. Pertanto la grammatica è SLR (e quindi LALR ed LR(1)) La tabella di parsing è la seguente:

| Stato | u | v | \$ | S' | S | A |
|-------|----|----|-----|----|---|---|
| 0 | S2 | S3 | | | 1 | |
| 1 | | | acc | | | |
| 2 | S5 | S6 | | | | 4 |
| 3 | | S7 | | | | |
| 4 | | R1 | R1 | | | |
| 5 | S2 | S3 | | | 8 | |
| 6 | | R4 | R4 | | | |
| 7 | | R2 | R2 | | | |
| 8 | | S9 | | | | |
| 9 | | R3 | R3 | | | |