

Esercizio 10

Si consideri la grammatica G seguente:

$$\begin{aligned} S &::= U \\ S &::= Vvv \\ U &::= uV \\ V &::= uUv \\ V &::= v \end{aligned}$$

Si risponda alle domande seguenti:

- quale è il linguaggio $L(G)$ generato dalla grammatica?
- la grammatica G è LR(1)?
- la grammatica G è LL(k) per qualche k?
- esiste una grammatica LL(1) per il linguaggio $L(G)$?

Esercizio10a

Eliminazione mutua ricorsione da U, V

$$\begin{aligned} S &::= U \mid Vvv \\ U &::= uV \\ V &::= u \mid uVv \mid v \end{aligned}$$

Sottolinguaggi:

$$\begin{aligned} L(V) &= \{u^{2n}v v^n \mid n \geq 0\} \\ L(U) &= \{u u^{2n}v v^n \mid n \geq 0\} = \{u^{2n+1}v v^n \mid n \geq 0\} \\ L(S) &= \{u^{2n+1}v v^n \mid n \geq 0\} \cup \{u^{2n}v v^n v v \mid n \geq 0\} \\ &= \{u^{2n+1}v^{n+1}, u^{2n}v^{n+3} \mid n \geq 0\} \end{aligned}$$

Esercizio10b

L'analisi delle espressioni di insieme ottenute per la definizione del linguaggio non ci inducono a ritenere la grammatica ambigua. Procediamo allora con l'analisi LR.

$$\begin{aligned} S &::= U \\ S &::= Vvv \\ U &::= uV \\ V &::= uUv \\ V &::= v \end{aligned}$$

Analisi SLR: calcolo della collezione LR(0) della grammatica aumentata.

$I_0 = \text{Clos}(S' \rightarrow \cdot S)$	$\{S' \rightarrow \cdot S, S \rightarrow \cdot U, S \rightarrow \cdot Vvv, U \rightarrow \cdot uV, V \rightarrow \cdot\}$	<div> <div>FOLOW</div> <div></div> </div>
---	---	---

	$\rightarrow.uUv, V\rightarrow.v\}$	<table><tr><td>S'</td><td>{ \$ }</td></tr><tr><td>S</td><td>{ \$ }</td></tr><tr><td>U</td><td>{ \$, v }</td></tr><tr><td>V</td><td>{ \$, v }</td></tr></table>	S'	{ \$ }	S	{ \$ }	U	{ \$, v }	V	{ \$, v }
S'	{ \$ }									
S	{ \$ }									
U	{ \$, v }									
V	{ \$, v }									
I1 = G(0,S)	{S'→S.}									
I2 = G(0,U)	{S→U.}									
I3 = G(0,V)	{S→V.vv}									
I4 = G(0,u) = G(4,u)	{U→u.V, V→u.Uv, V→.uUv, V→.v, U→.uV}									
I5 = G(0,v) = G(4,v)	{V→v.}									
I6 = G(3,v)	{S→Vv.v}									
I7 = G(4,V)	{U→uV.}									
I8 = G(4,U)	{V→uU.v}									
I9 = G(6,v)	{S→Vvv.}									
I10 = G(8,v)	{V→uUv.}									

Gli stati LR(0) sono stati calcolati tutti. Nessuno presenta conflitti e quindi la grammatica ha un analizzatore SLR(1).

Conclusione: La grammatica ha analizzatore LR di tipo SLR/LALR/LR.

Il calcolo della tabella di analisi e' banale e viene omesso.

Esercizio10c

La grammatica non e' LL(K) per alcun K.

Dimostrazione.

Sia K un arbitrario naturale non 0.

Osserviamo

S e' una sentenziale sinistra della grammatica

S::=U ed S::=Vvv sono entrambe produzioni applicabili (in una d. sin.) a tale sentenziale:

$$S \Rightarrow U$$

$$S \Rightarrow Vvv$$

Ma vediamo che:

$$u^k \text{ incluso in } \text{First}_k(U), \text{ infatti } U \Rightarrow^* u^k V v^{k-1}$$

$$u^k \text{ incluso in } \text{First}_k(Vvv), \text{ infatti } Vvv \Rightarrow^* u^k V v^{k+2}$$

Cio' conclude la dimostrazione.

Esercizio10d

Come per l'esercizio 6, basta rimandare la ricorsione su S in una produzione di A:

$$S ::= uA \mid vvv$$
$$A ::= uSv \mid v$$