

## Esercizio 4

Si consideri il linguaggio

$$L = \{a^i b^j \mid 0 \leq j < i\}$$

- a) Si definisca una grammatica (non ambigua e context free) che lo generi
- b) Se ne dia una grammatica LR e se ne costruisca la tabella per l'analisi sintattica.
- c) Si dica se esista un analizzatore LL per il linguaggio L?

### Esercizio4a

$$\begin{aligned} S &::= A S \mid B \\ A &::= a A \mid a \\ B &::= a B b \mid \varepsilon \end{aligned}$$

La grammatica genera il linguaggio richiesto, tuttavia essa e' ambigua. Infatti:

$$S \Rightarrow AS \Rightarrow AAS \Rightarrow^* aa$$

ma anche:

$$S \Rightarrow AS \Rightarrow^* aa$$

Diversamente una soluzione all'esercizio e':

$$\begin{aligned} S &::= A B \\ A &::= a A \mid a \\ B &::= a B b \mid \varepsilon \end{aligned}$$

### Esercizio4b

Riprendiamo la grammatica data per la soluzione della parte a):

$$\begin{aligned} S &::= A B \\ A &::= a A \mid a \\ B &::= a B b \mid \varepsilon \end{aligned}$$

e domandiamoci se tale grammatica consente un'analisi LR. Una ragionevole conoscenza del processo di riduzione dovrebbe indurre ad aspettarci una risposta negativa. Infatti, la prima produzione ci dice che, inizialmente, in presenza di una prima 'a' opereremo uno shift nel tentativo di riconoscere successivamente una maniglia per 'A'. Purtroppo, gia' alla seconda 'a' nascono i problemi: la produzione  $A::= a$  tenderebbe a fornire una maniglia per A che ha nel proprio follow giusto un simbolo 'a', mentre la produzione  $A::= a A$  tenderebbe invece a

considerare la nuova 'a' come parte di un viable prefix ad una successiva maniglia per 'A'. In altre parole, la grammatica non fornisce indicazioni all'analisi per capire quando una sequenza iniziale di 'a' sia riducibile ad A e quando, quindi, occorra iniziare a cercare la maniglia a B. La soluzione va trovata scrivendo una grammatica che [risolva questo punto](#). Queste argomentazioni tuttavia, non forniscono una dimostrazione. Ne' una tale dimostrazione e' richiesta dall'esercizio. Occorre pero' convincersi che la grammatica sopra non consente un'analisi LR e comprendere come scriverne una che la consenta. Pertanto, prima di dare una nuova grammatica, mostreremo quanto detto sopra costruendo la collezione canonica LR(0) della grammatica (aumentata):

I0 = Clos(S'→.S)	{S'→.S, S→.AB, A→.aA, A→.a}	Follow	S	{\$}
			A	{a,\$}
			B	{b,\$}
I1 = G(0,S)	{S'→S.}			
I2 = G(0,A)	{S→A.B}			
I3 = G(0,a)	{A→a.A, A→a.}			conflitto shift/reduce

Definiamo una grammatica che risolve il problema di ridurre le frasi di A prima di riconoscere B. Otteniamo cio' evitando di introdurre il sottolinguaggio per A. Ecco una soluzione.

$S ::= a S \mid a B$

$B ::= a B b \mid \varepsilon$

Ed ecco la relativa collezione canonica LR(0):

I0 = Clos(S'→.S)	{S'→.S, S→.aS, S→.aB}	Follow	S	{\$}	
			B	{b,\$}	
I1 = G(0,S)	{S'→S.}				
I2 = G(0,a)	{S→a.S, S→a.B S→.aS, S→.aB, B→.aBb, B→.}				nessun conflitto: {a} <i>insect</i> {b,\$} = {}
I3 = G(2,S) = G(5,S)	{S→aS.}				
I4 = G(2,B)	{S→aB.}				
I5 = G(2,a) = G(5,a)	{S→a.S, S→a.B, B→a.Bb,}				nessun conflitto: {a} <i>insect</i> {b,\$}

	$S \rightarrow .aS, S \rightarrow .aB,$ $B \rightarrow .aBb, B \rightarrow .$		$= \{\}$
$I_6 = G(5, B)$	$\{S \rightarrow aB., B \rightarrow aB.b\}$		nessun conflitto: $\{b\} \text{ insect } \{\$ \} = \{\}$
$I_7 = G(6, b)$	$\{B \rightarrow aBb.\}$		

La grammatica e' SLR, come e' dimostrato dall'assenza di conflitti negli stati della collezione.

## Esercizio4c

Si noti che l'esercizio chiede di dire se esiste un analizzatore discendente, non un a grammatica LL(1). L'analizzatore e' stato dato dal prof. Andrea Maggiolo, modificando un analizzatore nondeterministico ottenuto dalla grammatica ambigua seguente:

$S ::= a S'$   
 $S' ::= a S' B \mid \varepsilon$   
 $B ::= b \mid \varepsilon$

l'analizzatore e' il seguente:

	a	b	\$
S	1	---	---
S'	2	3	---
B	---	4	5

L'analizzatore risulta possibile grazie al ruolo del simbolo speciale \$. Possiamo ottenere analizzatori di questo tipo per il seguente linguaggio:  $\{a^i b^j c^h \mid 0 < i=j+h\}$ ? Qui abbiamo il simbolo 'c': un vero simbolo del linguaggio.