

Esercizio 5

Si consideri la seguente grammatica :

$$\begin{aligned} S &::= AbB \\ S &::= B \\ A &::= cB \\ A &::= a \\ B &::= A \end{aligned}$$

Si risponda alle seguenti domande:

- quale linguaggio genera?
- la grammatica è LR(1)?
- la grammatica è LL(k) per qualche k?
- il linguaggio è LL(k) per qualche k?

Esercizio5a

Eliminazione mutua ricorsione da A, B

$$S::= AbB \mid B$$

$$A::= cB \mid a$$

$$B::= cB \mid a$$

Sottolinguaggi:

$$L(A) = L(B) = \{c^n a \mid n \geq 0\}$$

$$L(S) = \{c^n a b c^m a, c^m a \mid n, m \geq 0\}$$

$I7 = G(6,b)$	$\{B \rightarrow aBb.\}$		
---------------	--------------------------	--	--

Esercizio5b

Il [calcolo del linguaggio generato](#) dalla grammatica non ci induce a ritenere la grammatica ambigua. Pertanto, consideriamo la grammatica data per un'analisi di tipo LR.

$$S::= AbB \mid B$$

$$A::= cB \mid a$$

$$B::= A$$

Consideriamo SLR: osserviamo subito che ogni stringa di $L(A)$ fornisce un viable prefix tanto per $S \rightarrow AbB$ che per $B \rightarrow A$, conducendo ad un conflitto shift/reduce. Verifichiamo quanto osservato:

$I0 = \text{Clos}(S' \rightarrow \cdot S)$	$\{S' \rightarrow \cdot S, S \rightarrow \cdot AbB, S \rightarrow \cdot B, A \rightarrow \cdot cB, A \rightarrow \cdot a, B \rightarrow \cdot A\}$	Follow	\$	%	
--	--	--------	----	---	--

		<table><tr><td></td><td>A</td><td>{b,\$}</td></tr><tr><td></td><td>B</td><td>{\$,b}</td></tr></table>		A	{b,\$}		B	{\$,b}	
	A	{b,\$}							
	B	{\$,b}							
I1 = G(0,S)	{S'→S.}								
I2 = G(0,A)	{S→A.bB, B→A.}		conflitto {b} insect {\$,b} = {b}						

Calcoliamo allora la collezione LR(1) per l'analisi LR(1) e dopo, se possibile, ci riduciamo alla tabella LALR.

I0 = Clos(S'→.S/\$)	{S'→.S/\$, S→.AbB/\$, S→.B/\$, A→.cB/b/\$, A→.a/b/\$, B→.A/\$}	
I1 = G(0,S)	{S'→S./}	
I2 = G(0,A)	{S→A.bB/\$, B→A./}	nessun conflitto {b} insect {\$} = {}
I3 = G(0,B)	{S→B./}	
I4 = G(0,c) = G(4,c)	{A→c.B/b/\$, B→.A/b/\$, A→.cB/b/\$, A→.a/b/\$}	
I5 = G(0,a) = G(4,a)	{A→a./b/\$}	
I6 = G(2,b)	{S→Ab.B/\$, B→.A/\$, A→.cB/\$, A→.a/\$}	
I7 = G(4,B)	{A→cB./b/\$}	
I8 = G(4,A)	{B→A./b/\$}	
I9 = G(6,B)	{S→AbB./}	
I10 = G(6,A) = G(11,A)	{B→A./}	
I11 = G(6,c) = G(11,c)	{A→c.B/\$, B→.A/\$, A→.cB/\$, A→.a/\$}	
I12 = G(6,a) = G(11,a)	{A→a./}	
I13 = G(11,B)	{A→cB./}	

Possiamo vedere che la grammatica e' anche LALR e calcolare gli stati della tabella LALR: si tratta di compattare I4 con I11, I5 con I12, I7 con I13, I8 con I10.

I0 = Clos(S'→.S/\$)	{S'→.S/\$, S→.AbB/\$, S→.B/\$, A→.cB/b/\$, A→.a/b/\$, B→.A/\$}	
I1 = G(0,S)	{S'→S./}	
I2 = G(0,A)	{S→A.bB/\$, B→A./}	nessun conflitto {b} insect {\$} = {}
I3 = G(0,B)	{S→B./}	
I4 = G(0,c) = G(4,c) =	{A→c.B/b/\$, B→.A/b/\$, A→.cB/b/\$, A→	

$G(6,c)$	$>.a/b/\$$	
$I5 = G(0,a) = G(4,a) = G(6,a)$	$\{A \rightarrow a./b/\$\}$	
$I6 = G(2,b)$	$\{S \rightarrow Ab.B/\$, B \rightarrow .A/\$, A \rightarrow .cB/\$, A \rightarrow .a/\$\}$	
$I7 = G(4,B)$	$\{A \rightarrow cB./b/\$\}$	
$I8 = G(4,A) = G(6,A)$	$\{B \rightarrow A./b/\$\}$	
$I9 = G(6,B)$	$\{S \rightarrow AbB./\$\}$	

Concludiamo che la grammatica e' strettamente LALR.

Esercizio5c

La grammatica non e' LL(K) per alcun K.

Dimostrazione.

Sia K un arbitrario naturale non 0.

Osserviamo

S e' una sentenziale sinistra della grammatica

$S ::= AbB$ ed $S ::= B$ sono entrambe produzioni applicabili (in una d. sin.) a tale sentenziale:

$S \Rightarrow AbB$

$S \Rightarrow B$

Ma vediamo che:

c^k incluso in $\text{First}_k(AbB)$, infatti $A \Rightarrow^* c^k BbB$

c^k incluso in $\text{First}_k(B)$, infatti $B \Rightarrow^* c^k B$

Cio' conclude la dimostrazione.

Esercizio5d

Il linguaggio e' LL(K) per ogni $K \geq 1$.

Dimostrazione.

Rimpiazziamo ogni occorrenza di B, nella grammatica, con il non terminale A.

Cio' conduce alla grammatica:

$S ::= AbA \mid A$

$A ::= cA \mid a$

$B ::= A$

ma B non contribuisce a definire il linguaggio $L(S)$ della grammatica che pertanto puo essere ridotta a:

$S ::= AbA \mid A$

$A ::= cA \mid a$

e fattorizzata:

$$S ::= A S'$$
$$S' ::= bA \mid \varepsilon$$
$$A ::= cA \mid a$$

Questa grammatica e' equivalente a quella data ed e' LL(1), infatti:

$$\text{FIRST}(bA) \text{ insect } \text{FOLLOW}(S') = \{b\} \text{ insect } \{\$ \} = \{ \}$$

Questo conclude la dimostrazione.